Funktioner af to variable med GeoGebra

Definer funktion	`f(x, y) = x² + y²`

Funktion med afgrænsning (x og y)	`f(x, y) = x² + y²,0<=x<=5,0<=y<=3`
	eller
	`Hvis(0 ≤ x ≤ 20 ∧ -2 ≤ y ≤ 2, x^2 + y^2)`

Funktion med afgrænsning (z) *Her skal f være defineret forinden*	`Hvis(0 ≤ f(x,y) ≤ 2, f(x,y))`

Snitkurve y fast	`f_x(x,y)=f(x, y_0)`
	eller
	`g(x)=f(x, y_0)`
	Vil man kun tegne selve kurven er skrives
	`kurve(x, y_0, f(x,y_0),x,-10,10)`

Snitkurve x fast	`f_y(x,y)=f(x_0, y)`
	eller
	`g(y)=f(x_0, y)`
	Vil man kun tegne selve kurven er skrives
	`kurve(x_0, y, f(x_0,y),y,-10,10)`

Punkt - både x og y er fast (her hedder de x_0 og y_0)	`(x_0,y_0,f(x_0,y_0))`
Vandret plan (her ved $z = 4$)	`z=4`
Niveaukurve mellem planen p og funktionen f	`Skæring(f,p)` Eller manuelt ved at indtaste *`[ligningen for f(x,y)]`* `= k`
Partielt afledte $f_x'(x,y)$	`f_x'(x,y)=Afledede(f, x)`
Partielt afledte $f_y'(x,y)$	`f_y'(x,y)=Afledede(f, y)`
Gradient (i CAS-vinduet)	`gradient(x,y):=` `Vektor((f_x'(x,y),f_y'(x,y)))`
Tangentplan (definer først x_0 og y_0 eller lad dem være skydere)	`z=f(x_0,y_0)+f_x'(x_0,y_0)*(x-` `x_0)+f_y'(x_0,y_0)*(y-y_0)`

Funktioner af to variable med GeoGebra

Stationære punkter	

Det er to ligninger, der skal løses - både $f_x{}'(x,y)$ og $f_y{}'(x,y)$ skal være 0. dvs. at vi har to ligninger ($f_x'(x,y) = 0$ og $f_y{}'(x,y)$ =0) med to ubekendte (x og y)	`Løsninger({f_x'(x,y)=0,f_y'(x,y)=0},{x,y})`
	eller
	`Løsninger(gradient(x,y)=0,{x,y})`

Svaret kommer på denne form: Løsninger({f_x'(x,y)=0,f_y'(x,y)=0},{x,y}) $\to \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$	Og løsningerne læses vandret, dvs. 1) $x = \frac{1}{2} \wedge y = -1$ 2) $x = -\frac{1}{2} \wedge y = 1$ Dvs. at der her er 2 stationære punkter $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ og $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

Dobbelt afledte	`f_{xx}''(x,y)=`
	`Afledede(Afledede(f, x), x)`
	
	`f_{yy}''(x,y)=`
	`Afledede(Afledede(f, y), y)`

Blandede afledt	`f_{xy}''(x,y)=` `Afledede(Afledede(f, x), y)`

Arten af stationære punkter	

Vi skal bruge r, s og t til at afgøre arten af det stationære punkt. Derfor defineres disse i GeoGebra	`r=Afledede(Afledede(f, x), x)`
	`s=Afledede(Afledede(f, x), y)`
	`t=Afledede(Afledede(f, y), y)`

Arten afgøres ud fra fortegnet af $r \cdot t - s^2$ så vi definerer nu en funktion, der beregner denne værdi ud fra det stationære punkts x- og y-koordinat	`type(x,y)=r(x,y)*t(x,y)-s(x,y)^2`
Herefter kan man beregne værdien af $r \cdot t - s^2$ for et stationært punkt (x_0, y_0)	`type(x_0,y_0)`
Eksempel $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ og $f(x,y) = 4x^2y + 4x - y + 7$	type(1/2,-1) $\to -16$ f har et saddelpunkt i $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$