

Opgave 1

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t - 5 \\ t^2 - t + 3 \end{pmatrix}$$

Bestem vektoren $\vec{s}(-2)$

Opgave 2

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t - 5 \\ t^2 - 3t + 1 \end{pmatrix}$$

Bestem vektoren $\vec{s}(2)$

Opgave 3

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -t + 3 \\ t^2 + t \end{pmatrix}$$

Bestem vektoren $\vec{s}(-2)$

Opgave 4

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -2t + 3 \\ t^2 - t - 5 \end{pmatrix}$$

Bestem vektoren $\vec{s}(-1)$

Opgave 5

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 3t - 4 \\ t + 1 \end{pmatrix}$$

(a) Bestem kurvens skæringspunkt med x -aksen.

Opgave 6

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4t + 3 \\ t - 2 \end{pmatrix}$$

(b) Bestem kurvens to skæringspunkter med y -aksen.

Opgave 7

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 5t + 4 \\ t + 3 \end{pmatrix}$$

(b) Bestem kurvens to skæringspunkter med y -aksen.

Opgave 8

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 2 \\ t^3 - 49t - 7 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Eftervis, at banekurven gennemløber det samme punkt når $t = -7$ og $t = 7$, og beregn koordinatsættet til dobbeltpunktet.

Opgave 9

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 3 \\ t^3 - 9t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Eftervis, at banekurven gennemløber det samme punkt når $t = -3$ og $t = 3$, og beregn koordinatsættet til dobbeltpunktet.

Opgave 10

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 4 \\ t^3 - 49t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Eftervis, at banekurven gennemløber det samme punkt når $t = -7$ og $t = 7$, og beregn koordinatsættet til dobbeltpunktet.

Opgave 11

En cirkel er parametriseret via vektorfunktionen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 5 + 2\cos(t) \\ 5 + 2\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

Bestem cirkelns centrum og radius.

Opgave 12

En cirkel er parametriseret via vektorfunktionen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 10 + 6\cos(t) \\ -8 + 6\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

Bestem cirkelns centrum og radius.

Opgave 13

En cirkel er parametriseret via vektorfunktionen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 4 + 2\cos(t) \\ 3 + 2\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

Bestem cirkelns centrum og radius.

Opgave 14

Opskriv en parametrisering for den cirkel, der har centrum i punktet $C(1, -10)$ og radius $r = 2$

Opgave 15

Opskriv en parametrisering for den cirkel, der har centrum i punktet $C(2, 0)$ og radius $r = 4$

Opgave 16

Opskriv en parametrisering for den cirkel, der har centrum i punktet $C(-2, -4)$ og radius $r = 6$

Opgave 17

En cirkel er parametriseret via vektorfunktionen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 10 + 7\cos(t) \\ -3 + 7\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

Opskriv cirkelns ligning.

Opgave 18

En cirkel er parametriseret via vektorfunktionen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -5 + 5\cos(t) \\ -9 + 5\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

Opskriv cirkelns ligning.

Opgave 19

En cirkel er parametriseret via vektorfunktionen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 9 + 7\cos(t) \\ 2 + 7\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

Opskriv cirkelns ligning.

Opgave 20

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 + 4t^2 - 5t + 5 \\ 4t^2 + t + 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- (a) Udregn hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$
- (b) Udregn accelerationsvektoren $\vec{a}(t)$

Opgave 21

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - t^2 - 2t \\ -2t^2 + 2t + 5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- (a) Udregn hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$
- (b) Udregn accelerationsvektoren $\vec{a}(t)$

Opgave 22

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 + t^2 + 5 \\ 3t^2 + 5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- (a) Udregn hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$
- (b) Udregn accelerationsvektoren $\vec{a}(t)$

Opgave 23

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 + t^2 - t + 4 \\ -t^2 + 3t + 4 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- (a) Udregn hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$
- (b) Udregn accelerationsvektoren $\vec{a}(t)$

Opgave 24

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 4t^2 - 4t - 3 \\ t + 5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- (a) Udregn hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$
- (b) Udregn accelerationsvektoren $\vec{a}(t)$

Opgave 25

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 3t + 3 \\ 2t^2 - t + 5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- (a) Udregn hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$
- (b) Udregn accelerationsvektoren $\vec{a}(t)$

Opgave 26

En partikel følger som funktion af tiden banen, der er bestemt ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 + 4t^2 + 5 \\ -4t^2 - t + 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(b) Bestem partiklens hastighed til tidspunktet $t = 2$

Opgave 27

En partikel følger som funktion af tiden banen, der er bestemt ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 5t^2 + 4t - 5 \\ 4t^2 + 5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(b) Bestem partiklens hastighed til tidspunktet $t = 2$

Opgave 28

En partikel følger som funktion af tiden banen, der er bestemt ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 + 2t^2 + 3t - 1 \\ 3t^2 - 5t + 4 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(b) Bestem partiklens hastighed til tidspunktet $t = 1$

Opgave 29

En partikel følger som funktion af tiden banen, der er bestemt ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 3t^2 - t + 4 \\ 3t^2 + 3t + 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(b) Bestem partiklens hastighed til tidspunktet $t = 1$

Opgave 30

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4t + 3 \\ 4t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(a) Bestem $\vec{s}'(t)$

Opgave 31

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 8t + 15 \\ t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(b) Det oplyses, at parameterkurven for \vec{s} skærer andenaksen i to punkter. Bestem koordinatsættet til disse to punkter.

Opgave 32

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 9t + 20 \\ 4t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(a) Bestem $\vec{s}'(t)$

Opgave 33

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 6t + 8 \\ 4t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(b) Det oplyses, at parameterkurven for \vec{s} skærer andenaksen i to punkter. Bestem koordinatsættet til disse to punkter.

Opgave 34

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 5t \\ 3t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(a) Bestem $\vec{s}'(t)$

Opgave 35

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4t \\ t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(b) Det oplyses, at parameterkurven for \vec{s} skærer andenaksen i to punkter. Bestem koordinatsættet til disse to punkter.

Opgave 36

Vektorfunktionen, der er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t + 4 \\ t^2 + 5t - 5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

gennemløber til tidspunktet $t = 1$ punktet $P(5, 1)$.

(a) Bestem vektorfunktionens hastighedsvektor $\vec{s}'(1)$.

Opgave 37

Vektorfunktionen, der er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 3t + 3 \\ t^2 - 4t + 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

gennemløber til tidspunktet $t = 2$ punktet $P(9, -3)$.

(b) Bestem en parameterfremstilling for banekurvens tangent i punktet.

Opgave 38

Vektorfunktionen, der er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 3t - 2 \\ t^2 - 3t - 5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

gennemløber til tidspunktet $t = -2$ punktet $P(-8, 5)$.

(a) Bestem vektorfunktionens hastighedsvektor $\vec{s}'(-2)$.

Opgave 39

Vektorfunktionen, der er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 2t - 2 \\ t^2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

gennemløber til tidspunktet $t = 3$ punktet $P(4, 9)$.

(b) Bestem en parameterfremstilling for banekurvens tangent i punktet.

Opgave 40

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4t + 7 \\ t^2 - 10t + 30 \end{pmatrix}$$

(a) Dens banekurve har en lodret tangent. Bestem det tidspunkt t , hvor røringspunktet gennemløbes.

Opgave 41

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 2t + 4 \\ t^2 - 8t + 18 \end{pmatrix}$$

(c) Bestem koordinatsættet til røringspunktet for den vandrette tangent.

Opgave 42

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4t - 1 \\ t^2 - 2 \end{pmatrix}$$

(a) Dens banekurve har en lodret tangent. Bestem det tidspunkt t , hvor røringspunktet gennemløbes.

Opgave 43

En vektorfunktion er givet ved forskriften

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 10t + 26 \\ t^2 + 14t + 50 \end{pmatrix}$$

(c) Bestem koordinatsættet til røringepunktet for den vandrette tangent.

Opgave 44

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4 \\ -t^3 + 49t + 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(a) Eftersis, at funktionen har et dobbeltpunkt til tidspunkterne $t_0 = -7$ $t_1 = 7$, og beregn koordinatsættet til punktet.

Opgave 45

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 4 \\ -t^3 + 64t + 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

funktionen har et dobbeltpunkt til tidspunkterne $t_0 = -8$ $t_1 = 8$,

(b) Udregn funktionens to hastighedsvektorer i dobbeltpunktet

Opgave 46

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4 \\ -t^3 + 49t - 4 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

(a) Eftersis, at funktionen har et dobbeltpunkt til tidspunkterne $t_0 = -7$ $t_1 = 7$, og beregn koordinatsættet til punktet.

Opgave 47

En vektorfunktion er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 2 \\ -t^3 + 4t - 3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

funktionen har et dobbeltpunkt til tidspunkterne $t_0 = -2$
 $t_1 = 2$

(b) Udregn funktionens to hastighedsvektorer i dobbeltpunktet

Opgave 48

Positionen af en refleks på et cykelhjul kan beskrives ved hjælp af vektorfunktion

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 28t - 4\sin(4t) \\ 7 - 4\cos(4t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

hvor t er tiden, og \vec{s} er refleksens position som funktion af tiden.

(c) Bestem refleksens maksimale højde over jorden.

Opgave 49

Positionen af en refleks på et cykelhjul kan beskrives ved hjælp af vektorfunktion

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 50t - 4\sin(5t) \\ 10 - 4\cos(5t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

hvor t er tiden, og \vec{s} er refleksens position som funktion af tiden.

(c) Bestem refleksens maksimale højde over jorden.

Opgave 50

En vektorfunktion der er givet ved parametriseringen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 4 \\ t^3 - 16t - 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

har et dobbeltpunkt. Bestem dobbeltpunktets koordinatsæt, og angiv de to tidspunkter, hvor punktet gennemløbes.

Facit

Opgave 1: $\vec{s}(-2) = \begin{pmatrix} -7 \\ 9 \end{pmatrix}$

Opgave 2: $\vec{s}(2) = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

Opgave 3: $\vec{s}(-2) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

Opgave 4: $\vec{s}(-1) = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

Opgave 5:

(a) $t = -1 \Rightarrow P(-6, 0)$

Opgave 6:

(b) $t \in \{3, 1\} \Rightarrow P(0, 1), Q(0, -1)$

Opgave 7:

(b) $t \in \{-1, -4\} \Rightarrow P(0, 2), Q(0, -1)$

Opgave 8: $P(51, -7)$

Opgave 9: $P(6, 0)$

Opgave 10: $P(53, 0)$

Opgave 11: $C(5, 5), r = 2$

Opgave 12: $C(10, -8), r = 6$

Opgave 13: $C(4, 3), r = 2$

Opgave 14: $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 2\cos(t) \\ -10 + 2\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$

Opgave 15: $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 2 + 4\cos(t) \\ 4\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$

Opgave 16: $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -2 + 6\cos(t) \\ -4 + 6\sin(t) \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi$

Opgave 17: $(x - 10)^2 + (y + 3)^2 = 7^2$

Opgave 18: $(x + 5)^2 + (y + 9)^2 = 5^2$

Opgave 19: $(x - 9)^2 + (y - 2)^2 = 7^2$

Opgave 20:

(a) $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 + 8t - 5 \\ 8t + 1 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 6t + 8 \\ 8 \end{pmatrix}$

Opgave 21:

(a) $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 - 2t - 2 \\ -4t + 2 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 6t - 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

Opgave 22:

(a) $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 + 2t \\ 6t \end{pmatrix}$

(b) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 6t + 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

Opgave 23:

(a) $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 + 2t - 1 \\ -2t + 3 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 6t + 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

Opgave 24:

(a) $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 - 8t - 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 6t - 8 \\ 0 \end{pmatrix}$

Opgave 25:

(a) $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 - 3 \\ 4t - 1 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 6t \\ 4 \end{pmatrix}$

Opgave 26:

(b) $\vec{s}'(2) = \begin{pmatrix} 28 \\ -17 \end{pmatrix}$

Opgave 27:

(b) $\vec{s}'(2) = \begin{pmatrix} -4 \\ 16 \end{pmatrix}$

Opgave 28:

(b) $\vec{s}'(1) = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix}$

Opgave 29:

(b) $\vec{s}'(1) = \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \end{pmatrix}$

Opgave 30:

(a) $\vec{s}'(t) = \begin{pmatrix} 2t - 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Opgave 31:

(a) $\vec{s}'(t) = \begin{pmatrix} 2t + 8 \\ 1 \end{pmatrix}$

(b) $P(0, -5), Q(0, -3)$

Opgave 32:

(a) $\vec{s}'(t) = \begin{pmatrix} 2t + 9 \\ 4 \end{pmatrix}$

Opgave 33:

(a) $\vec{s}'(t) = \begin{pmatrix} 2t - 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

(b) $P(0, 8), Q(0, 16)$

Opgave 34:

(a) $\vec{s}'(t) = \begin{pmatrix} 2t - 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

Opgave 35:

(a) $\vec{s}'(t) = \begin{pmatrix} 2t - 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(b) $P(0, 0), Q(0, 4)$

Opgave 36:

(a) $\vec{s}'(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

Opgave 37:

(a) $\vec{s}'(2) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

(b) $l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Opgave 38:

(a) $\vec{s}'(-2) = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$

Opgave 39:

(a) $\vec{s}'(3) = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

(b) $l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

Opgave 40:

(a) $t = 2$

Opgave 41:

(a) $t = 1$

(b) $\vec{v}(4) = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $P(12, 2)$

Opgave 42:

(a) $t = 2$

Opgave 43:

(a) $t = -5$

(b) $\vec{v}(-7) = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $P(5, 1)$

Opgave 44:

(a) $t = \pm 7 \Rightarrow P(45, 2)$

Opgave 45:

(a) $t = \pm 8 \Rightarrow P(68, 1)$

(b) $\vec{s}(-8) = \begin{pmatrix} -16 \\ -128 \end{pmatrix}, \vec{s}(8) = \begin{pmatrix} 16 \\ -128 \end{pmatrix}$ fejl: Det er s'

Opgave 46:

(a) $t = \pm 7 \Rightarrow P(45, -4)$

Opgave 47:

(a) $t = \pm 2 \Rightarrow P(6, -3)$

(b) $\vec{s}(-2) = \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix}, \vec{s}(2) = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix}$ fejl: Det er s'

Opgave 48:

(c) $y_{max} = 11$

Opgave 49:

(c) $y_{max} = 14$

Opgave 50:

(a) $t = \pm 4 \Rightarrow P(20, -1)$